Normalisation et orthogonalité

$\langle \psi | \psi \rangle = 1$

$\langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij}$

Lien $\vec{\mu} / \vec{L}$:

$\vec{\mu} = i\vec{A}$ boucle de courant

$\mu = iA$ avec $i = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t} = \frac{q}{2\pi r} = \frac{qv}{2\pi r}$

$= \left(\frac{qv}{2\pi r}\right)(\pi r^2) = q\frac{v r}{2}$ et $L = mvr$

donc $\mu = \frac{qL}{2m}$ idem vectoriellement.

création quantum vibration

Oscillateur harmonique

$\hat{H} = \hat{a}^{+}\hat{a} + \frac{1}{2}$

destruction.

Atome d'hydrogène dans un champ magnétique

1) $H = \dfrac{\vec{\Pi}^2}{2m} + V(\vec{r}) = \dfrac{1}{2m}\left[\vec{P} - e\vec{A}\right]^2 + V(\vec{r})$ avec $\vec{A} = \dfrac{1}{2}\vec{B}\wedge\vec{r}$

$\vec{a}.(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \vec{b}.(\vec{c}\wedge\vec{a})$

$$= \frac{1}{2m}\left(\vec{P} - \frac{e}{2}\vec{B}\wedge\vec{r}\right)\left(\vec{P} - \frac{e}{2}\vec{B}\wedge\vec{r}\right) + V(\vec{r})$$

$$= \frac{\vec{P}^2}{2m} - \frac{e}{4m}\left[(\vec{B}\wedge\vec{r}).\vec{P} + \vec{P}.(\vec{B}\wedge\vec{r})\right] + \frac{e^2}{8m}|\vec{B}\wedge\vec{r}|^2 + V(\vec{r})$$

$$= \frac{\vec{P}^2}{2m} + V(\vec{r}) - \frac{e}{4m}\left[\vec{B}.(\vec{r}\wedge\vec{P}) + \vec{B}.(\vec{r}\wedge\vec{P})\right] + \frac{e^2}{8m}|\vec{B}\wedge\vec{r}|^2$$

$$= \underbrace{H_0}_{\text{particule non perturbée}} - \frac{e}{2m}\vec{B}.\vec{L} + \underbrace{\frac{e^2}{8m}|\vec{B}\wedge\vec{r}|^2}_{\text{termes quadratiques}}$$

termes quadratiques => négligeables devant les 2 autres

$$\simeq H_0 - \frac{e\hbar}{2m\hbar}\vec{B}.\vec{L} = H_0 - \frac{\mu_B}{\hbar}\vec{L}.\vec{B}$$

③

2) terme $-\dfrac{\mu_B}{\hbar}\vec{L}.\vec{B} = -\dfrac{e}{2m}\vec{L}.\vec{B} = -\vec{\Pi}.\vec{B}$ couplage entre m^t magnétique de H (dipolaire) et le ch^p magnétique

3) ψ_{nlm} f^cts propres de $H = H_0 - \dfrac{\mu_B}{\hbar}\vec{L}.\vec{B} = H_0 - \dfrac{\mu_B}{\hbar}B L_z$

$$H|\psi_{nlm}\rangle = \left(H_0 - \frac{\mu_B B}{\hbar}L_z\right)|\psi_{nlm}\rangle = H_0|\psi_{nlm}\rangle - \frac{\mu_B B}{\hbar}\hat{L}_z|\psi_{nlm}\rangle$$

avec $\hat{L}_z|\psi_{nlm}\rangle = m\hbar|\psi_{nlm}\rangle$, il vient :
et $H_0|\psi_{nlm}\rangle = E^{(0)}_{nlm}|\psi_{nlm}\rangle$

$$H|\psi_{nlm}\rangle = E^{(0)}_{nlm}|\psi_{nlm}\rangle - \frac{\mu_B B}{\hbar}m\hbar|\psi_{nlm}\rangle = \underbrace{\left(E^{(0)}_{nlm} - m\mu_B B\right)}_{\text{énergie propre associée}}|\psi_{nlm}\rangle$$

≡ modif des niveaux.

4) $E_{nlm} = E^{(0)}_{nlm} - m\mu_B\dfrac{B\hbar}{\hbar} = E^{(0)}_{nlm} + m\hbar\omega$

5) $|\psi_{100}\rangle$ $n=1$ $l=0$ $m=0$ état 1s

$|\psi_{21m}\rangle$ $n=2$ $l=1$ $m=0\pm1$ états 2p : $|\psi_{211}\rangle$, $|\psi_{210}\rangle$ et $|\psi_{21-1}\rangle$

État $|\psi_{100}\rangle$: $E_{100} = E^{(0)}_{100} + 0\hbar\omega = -E_I$ => origine des énergies

États $|\psi_{21m}\rangle$: $E_{21m} = E^{(0)}_{21m} + m\hbar\omega = (\hbar\Omega + E^{(0)}_{100}) + m\hbar\omega = \hbar\Omega + m\hbar\omega - E_I$

$$|\phi_m(t=0)\rangle = \cos\alpha\,|\psi_{100}\rangle + \sin\alpha\,|\psi_{21m}\rangle$$

$$|\phi_m(t)\rangle = \cos\alpha\, e^{\frac{iE_I t}{\hbar}} |\psi_{100}\rangle + \sin\alpha\, e^{\frac{-i(\hbar\Omega + m\hbar\omega - E_I)t}{\hbar}}$$

$$= \underbrace{e^{\frac{iE_I t}{\hbar}}}_{\parallel\, 1} \left[\cos\alpha\, |\psi_{100}\rangle + \sin\alpha\, e^{-i(\Omega + m\omega)t} |\psi_{21m}\rangle\right]$$

$E_I = 0$ origine des énergies

$$|\phi_m(t)\rangle = \cos\alpha\, |\psi_{100}\rangle + \sin\alpha\, e^{-i(\Omega + m\omega)t} |\psi_{21m}\rangle$$

6) $\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$

$$Y_0^0(\theta,\varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_1^{\pm 1} = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{\pm i\varphi}$$

$$= \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta(\cos\varphi \pm i\sin\varphi) = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\left(\frac{x}{r} \pm i\frac{y}{r}\right)$$

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{z}{r}$$

soit en écriture décondensée

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\left(\frac{x}{r} + i\frac{y}{r}\right) \quad ; \quad Y_1^{-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\left(\frac{x}{r} - i\frac{y}{r}\right)$$

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\frac{z}{r}$$

ou $\quad x + iy = -\sqrt{\frac{8\pi}{3}}\, r\, Y_1^1 \qquad x - iy = \sqrt{\frac{8\pi}{3}}\, r\, Y_1^{-1}$

$$z = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}\, r\, Y_1^0$$

ou encore finalement $\begin{cases} x = \sqrt{\frac{2\pi}{3}}\, r\left(Y_1^{-1} - Y_1^1\right) \\ y = i\sqrt{\frac{2\pi}{3}}\, r\left(Y_1^1 + Y_1^{-1}\right) \\ z = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}\, r\, Y_1^0 \end{cases}$